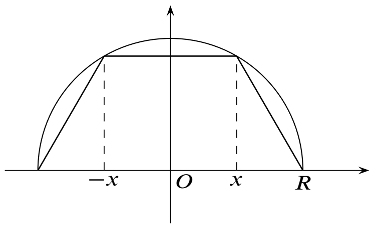
Grado en Ingeniería Civil

Examen parcial de Matemáticas I - Grupo C - 03/12/2015

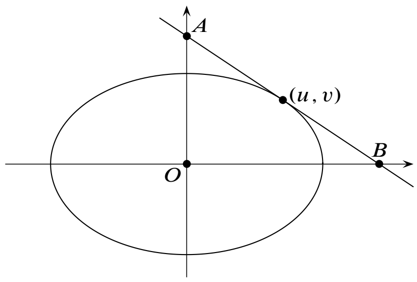
1. a) Prueba, usando el teorema de Bolzano, que la función $f(x) = e^x + x^3 - 6x - 2$ se anula en al menos tres puntos del intervalo $[-3, 3]$.

   b) Prueba, usando el teorema de Rolle, que dicha función no puede anularse en más de tres puntos.

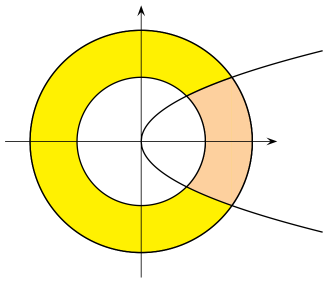
2. Calcula las dimensiones del trapecio isósceles de área maxima inscrito en la semicircunferencia superior centrada en el origen de radio R. Justifica que el resultado obtenido es un máximo absoluto.



3. Calcula un punto (u, v) $(u > 0, v > 0)$ de la elipse de ecuación
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$
tal que el triángulo $\triangle(AOB)$ determinado por la tangente a la elipse en dicho punto con los ejes coordenados tenga área mínima. Justifica que el resultado obtenido es un mínimo absoluto.



4. Una corona circular de radio interior $\sqrt{2}$ y radio exterior $\sqrt{6}$ se corta con la parábola de ecuación $y^2 = x$. Calcula el área de cada una de las dos regiones resultantes.



5. Dado $t > 1$, sea $V(t)$ el volumen del sólido de revolución obtenido al girar alrededor del eje OX la región del plano comprendida bajo la curva
$$y = \frac{1}{\sqrt{x(x^2 - 2x + 2)}} \qquad (1 \leqslant x \leqslant t)$$
Calcula $V(t)$ y $\lim_{t \to +\infty} V(t)$.

Granada, 03 de diciembre de 2015